جامعة البعث	امتحان مقرر ميكانيك 3	الاسم:
كلية العلوم	السنة الثالثة	الدرجة: 100
قسم الرياضيات	الفصل الدراسي الأول 2017- 2018	المدة: ساعة ونصف

السؤال الأول: (28 درجة):

انظر الشكل المجاور نجد فيه كرة مصمتة متجانسة نصف قطرها r وثقيلة كتلتها m تتحرك حول النقطة الثابتة O من سطحها.

إذا علمت أن $I_c = \frac{2mr^2}{5}$ و أن الحركة تتم بدون احتكاك. فالمطلوب:

1. أوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين وضع هذه الكرة، ثم انقل الشكل المجاور على ورقة الإجابة و أكمله بحيث تظهر فيه الوسطاء المستقلة آنفة الذكر وكذلك كافة القوى (الفعالة والخاملة) المؤثرة على الكرة.
2. احسب ما يلي:
   a) الطاقة الحركية للكرة وأعمال القوى المؤثرة على الكرة.
   b) العزم الحركي للكرة وعزوم القوى المؤثرة على الكرة.
   c) كمية الحركة للكرة.

السؤال الثاني: (22 درجة): أجب عن أحد السؤالين التاليين:

1. أثبت صحة العلاقة التالية:

$$T(S|O) = \frac{1}{2}m(\vec{V}(C|O))^2 + T(S|C)$$

حيث $S = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ مجموعة مادية كتلتها m_i حيث $i=\{1,2,\dots,n\}$ و O مبدأ جملة المقارنة لنظامية ثابتة و C مركز ثقل المجموعة S ، $\vec{V}(C|O)$ متجه سرعة C و $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$.

2. نفترض مجموعة مادية تتحرك في المستوي الشاقولي مكونة مما يلي: S قرص دائري متجانس كتلته m ونصف قطره r يمكنه الدوران بدون احتكاك حول مركز كتلته الثابت O في المستوي الشاقولي، وخيط مهمل الكتلة طوله L محيط بالجزء العلوي من محيط القرص، وجسمان S_1 و S_2 معلقان بطرفي الخيط حيث كتلة S_1 هي $m_1 = \frac{m}{2}$ وكتلة S_2 هي $m_2 = \frac{m}{3}$. كما نفترض أن هذه المجموعة بدأت حركتها بدون سرعة ابتدائية وأن الجسمان S_1 و S_2 كانا في لحظة بدء الحركة على أفق واحد، وأن الخيط لا ينزلق على محيط القرص، المطلوب:
   a) ارسم الشكل المناسب مبيناً عليه كافة القوى (الفعالة والخاملة) المؤثرة على المجموعة مع إظهار كافة الوسطاء التي تكفي لتعيين وضع هذه المجموعة.
   b) أوجد تسارع الجسم الهابط.
   c) أوجد كلاً من قوتي شد الخيط المؤثرين على كل من الجسمين S_1 و S_2.

السؤال الثالث: (27 درجة)

لدينا OA قضيب متجانس كتلته m وطوله l متصل من طرفه O بمفصل ثابت يتيح له الحركة في المستوي الشاقولي OXY حول المحور الأفقي OZ العامد للمستوي الشاقولي OXY تحت تأثير ثقله فقط وحيث OX شاقولي هابط. المطلوب:

1. ماهي الوسطاء المستقلة للحركة مع تعيينها على الرسم.
2. أوجد المعادلة التفاضلية للحركة علماً أن $I_{oz} = \frac{ml^2}{3}$
3. أوجد القانون الزمني للحركة علماً أنه في لحظة البدء $t = 0$ ترك القضيب ليتحرك بدون سرعة ابتدائية عندما كان يصنع مع المحور الشاقولي الهابط زاوية قدرها $\frac{\pi}{4}$.
4. أوجد مركبات رد الفعل في O على محاور الجملة المتماسكة مع القضيب.

السؤال الرابع: (23 درجة)

لدينا جسم صلب ثقيل يدور حول مركز ثقله ومنسوب إلى جملة محاور رئيسية للعطالة متماسكة معه، ويحقق $A = B = C$، المطلوب:

1. اكتب معادلات أولر الحركية في هذه الحالة
2. أوجد التكاملات الأولية بدلالة p_0, q_0, r_0
3. أوجد p_0, q_0, r_0 بدلالة الزمن t

انتهت الأسئلة

مدرسا المقرر: د. كامل محمد ، د. وعد صالحاني

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتوفيق   حمص في 11-2-2018

٢/٥

سلم تصحيح امتحان مقرر "ميكانيك ٣"

قسم رياضيات ٢٠١٨/٢/١١

$\frac{1}{3}$

28

ج١:

ط:

Z, Z_s, θ, $\dot{\psi}\vec{K}_s$, $\dot{\varphi}\vec{K}$, $\vec{R}$, Y_s, $\vec{j}_s$, C, O, $\vec{j}$, Y, $\vec{i}_s$, $m\vec{g}$, $\vec{i}$, φ, ψ, $\dot{\theta}\vec{i}_1$, X_s, X, X_1

(10)

: إيجاد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين وضع الكرة وهي: الزلحة: $\varphi=(\widehat{OX,OX_1})$

زاوية الدوران الذاتي: $\psi=(\widehat{OX_1,OX_s})$

زاوية التأرجح: $\theta=(\widehat{OZ,OZ_s})$

حيث $OXYZ$ جملة مقارنة نظامية ثابتة و $OX_sY_sZ_s$ جملة مقارنة نظامية متماسكة مع الكرة. OX_1 خط الأفق (الفصل المشترك للمستويين الأفقي OXY والمائل عن الأفق OX_sY_s).

و القوى الخارجية: الثقل $m\vec{g}$ ورد فعل المفصل O وهو القوة $\vec{R}$ مجهولة والقيام بإظهار كل ذلك في الرسم كما هو مبين أعلاه.

ط: a: إيجاد الطاقة الحركية للكرة والحصول في النهاية إلى الجواب

(10)
$$2T_o=\frac{7}{5}mr^2(\dot{\theta}^2+\dot{\varphi}^2\sin^2\theta)+\frac{2}{5}mr^2(\dot{\psi}+\dot{\varphi}\cos\theta)^2$$

b: إيجاد العزم الحركي للكرة بالنسبة لـ O والذي هو:

$$\vec{\sigma}_o=\frac{7}{5}mr^2[(\dot{\theta}\cos\psi+\dot{\varphi}\sin\theta\sin\psi)\vec{i}_s+(-\dot{\theta}\sin\psi+\dot{\varphi}\sin\theta\cos\psi)\vec{j}_s]+$$
$$+\frac{2}{5}mr^2(\dot{\psi}+\dot{\varphi}\cos\theta)\vec{K}_s$$

(5)

م: إيجاد عزوم القوى وهي:

$$\overrightarrow{Mom}_o\vec{R}=0,\ \overrightarrow{Mom}_o\, m\vec{g}=mgr(\cos\psi\,\vec{i}_s-\sin\psi\,\vec{j}_s)\sin\theta$$

c: إيجاد كمية حركة للكرة وهي: (3)

$$\vec{P}(s)=mr(-\dot{\theta}\sin\psi+\dot{\varphi}\sin\theta\cos\psi)\vec{i}_s-(\dot{\theta}\cos\psi+\dot{\varphi}\sin\theta\sin\psi)\vec{j}_s$$

و. هـ. م.

$\frac{2}{3}$

ج۲ : سؤالين يختار الطالب الإجابة على أحدهما فقط :

أما : 1) إثبات أن $T(S/O) = \frac{m}{2}[\vec{V}(C/O)]^2 + T(S/C)$:

تجزأ إلى مراحل :

– من تعريف الطاقة الحركية لمجموعة مادية S نكتب :

(3) $T(S/O) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{V}^2(A_i/O)$ و $\vec{V}(A_i/O) = \frac{d}{dt}\vec{OA_i}$

– الرسم المساعد :

(3)

حيث OXYZ جملة مقارنة ثابتة نظامية مبدؤها O ونرمز لها بـ R اختصاراً أو O

CXYZ جملة مقارنة نظامية مبدؤها C ونرمز لها بـ R_c أو C، ونشأت عن الأولى بانسحاب قدره $\vec{OC}$.

– علاقة شال : $\vec{OA_i} = \vec{OC} + \vec{CA} \Rightarrow \vec{V}(A_i/O) = \vec{V}(C/O) + \vec{V}(A_i/C)$

والتعويض في المرحلة الأولى والحصول :

$$T(S/O) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{V}^2(C/O) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{V}^2(A_i/C) + \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{V}(C/O)\cdot\vec{V}(A_i/C)$$

(7)

– من تعريف الطاقة الحركية للنقطة كتلتها $m = \sum m_i$ نعلم أنه يمكن كتابة

$T(C/O) = \frac{1}{2} m \vec{V}^2(C/O)$ و $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$

و من تعريف الطاقة الحركية في R_c نكتب : (4)

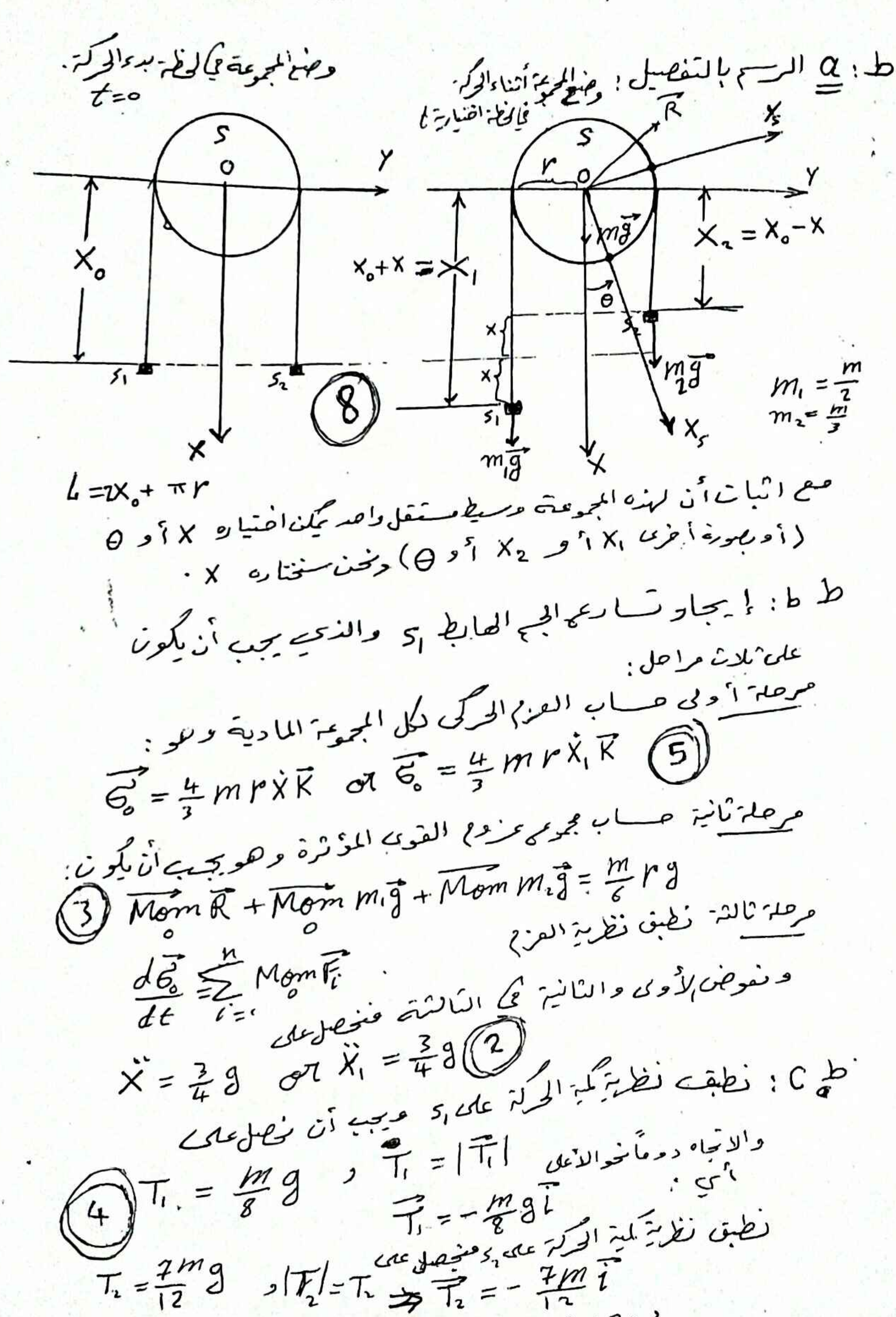
$$T(S/C) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{V}^2(A_i/C)$$

– اثبات أن $\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{V}(C/O)\vec{V}(A_i/C) = 0$ (3)

– التعويض (مرحلة رابعة وخامسة) في الثالثة نحصل على

$T(S/O) = \frac{m}{2}\vec{V}^2(C/O) + T(S/C)$ (2)

و . هـ . م .



(2

ط: a الرسم بالتفصيل: وضع المجموعة أثناء الحركة في لحظة اختيارية t

وضع المجموعة في لحظة بدء الحركة $t=0$

$L = 2X_0 + \pi r$

مع اثبات أن لهذه المجموعة وسيط مستقل واحد يمكن اختياره X أو θ (أو بصورة أخرى X_1 أو X_2 أو θ) ونحن سنختاره X.

ط b: إيجاد تسارع الجسم الهابط s_1 والذي يجب أن يكون على ثلاث مراحل:

مرحلة أولى حساب العزم الحركي لكل المجموعة المادية وهو:

$\vec{\sigma}_0 = \frac{4}{3} m r \dot{x} \vec{K}$ or $\vec{\sigma}_0 = \frac{4}{3} m r \dot{X}_1 \vec{K}$ (5)

مرحلة ثانية حساب مجموع عزوم القوى المؤثرة وهو يجب أن يكون:

(3) $\overrightarrow{Mom}_0 \vec{R} + \overrightarrow{Mom}_0 m_1\vec{g} + \overrightarrow{Mom}_0 m_2\vec{g} = \frac{m}{6} r g$

مرحلة ثالثة نطبق نظرية العزم

$\frac{d\vec{\sigma}_0}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{Mom}_0 \vec{F}_i$

ونعوض الأولى والثانية في الثالثة فنحصل على

$\ddot{x} = \frac{3}{4} g$ or $\ddot{X}_1 = \frac{3}{4} g$ (2)

ط c: نطبق نظرية كمية الحركة على s_1 ويجب أن نحصل على

(4) $T_1 = \frac{m}{8} g$ و $\vec{T}_1 = |\vec{T}_1|$ والاتجاه دوماً نحو الأعلى أي: $\vec{T}_1 = -\frac{m}{8} g \vec{i}$

نطبق نظرية كمية الحركة على s_2 فنحصل على

$T_2 = \frac{7m}{12} g$ و $|\vec{T}_2| = T_2 \Rightarrow \vec{T}_2 = -\frac{7m}{12} \vec{i}$

د.ح.